Плотников А.М.

Обобщение методов решения задачи о взаимных долгах предприятий

Проблема неплатежей долгов предприятий и организаций по-прежнему остаётся одной из серьёзнейших проблем экономики России. Первое, что бросается в глаза при рассмотрении экономической стороны кризиса неплатежей - это неравноценность долгов по их происхождению и возможности выплаты. Касаясь неравноценности долгов по их происхождению , можно разделить их на три группы. Первая – предприятия, попавшие в долги из-за невыполнения государством своих финансовых обязательств. Вторая – предприятия, имеющие долги из-за нерационального управления в условиях общего экономического кризиса и гиперинфляции 1991-1995 гг. Третья – подмножество второй – предприятия, руководство которых сознательно доводило их до банкротства с целью локального передела собственности. Большинство должников относятся к трём группам одновременно и разделить их точно по группам можно было бы только анализируя из конкретные долговые обязательства, да и то после соответствующих длительных мероприятий соответствующих государственных служб (чью работу в настоящее время нельзя назвать эффективной). Однако отношение к долговым обязательствам внутри самих предприятий различно и часть таких обязательств должники не считают нужным выполнять. Широко известна процедура ухода от кризиса неплатежей, уже длительное время используемая российской, а до этого и в советской экономике, это использование при взаиморасчётах неучтённых наличных средств, что, кстати, помогает и в ситуации завышенного уровня налогов. При анализе неравноценности долгов по возможности выплаты, должников так же можно разделить на три группы. Первая – безнадёжные должники, основных и оборотных средств которых не хватит для покрытия отрицательного сальдо. Если таковые до сих пор не подвергнуты процедуре банкротства, то или вследствие необходимости этого предприятия (тогда долги должны быть частично погашены заинтересованными в них структурами), или как признак несовершенства рыночных институтов, в первую очередь юридических. При банкротстве таких предприятий придётся проводить переоценку их долгов по результатам ликвидации, что означает уменьшение суммы всех долгов. Вторая группа - должники, платёжеспособные при банкротстве, основных и оборотных средств которых хватит для покрытия отрицательного сальдо. Они слабо отличаются от первых с точки зрения экономического положения, но их банкротство не требует перенормировок всей структуры долгов. Третья группа - это платёжеспособные предприятия, для покрытия отрицательного сальдо которых достаточно их оборотных средств.

Решение проблемы неплатежей так же связано с рядом трудностей: сложность оперативного сбора информации, сомнительность её достоверности, недостаточная скорость реагирования на быстро меняющуюся ситуацию, проблема уплаты налогов и прочие. Но, несмотря на это, существует ряд способов и методов решения проблемы неплатежей долгов. Рассмотрим некоторые из этих способов. Основные решения данной задачи приближены к методам решения транспортной задачи. Попытки отказаться от использования транспортной задачи и прейти к полной задаче линейного программирования, проведенные в Хабаровске, не увенчались успехом, в частности, ввиду несоразмерности решаемым задачам объемам вычислений.

Рассмотрим основную постановку задачи о взаимозачетах долгов предприятий ([4]).

Пусть n юридических (или физических) лиц $L_1,...,L_n$ имеют взаимные долги и хотели бы максимально упростить свои финансовые взаимоотношения путём взаимозачёта. Считаем, что нет никаких источников финансирования, кроме долгов друг другу. Подробнее эта задача описывается в [1-2].

Пусть $A||a_{ij}||$, i=1,..,n, j=1,...,n – матрица взаимных долгов, где a_{ij} означает долг лица i лицу j. Будем полагать (хотя это несущественно), что $a_{ij}\geq 0$, $a_{ij}=0$. Обозначим $z_i=a_{j1}+...+a_{in}$, $y_j=a_{1j}+...+a_{nj}$. Назовём лицо L_i кредитором, если $v_i=y_i-z_i\geq 0$, и должником в противном случае. Не нарушая общности, можно считать, что первые $m(m\leq n)$ лиц являются кредиторами, а остальные- должниками. Нетрудно видеть, что $v_1+...+v_m= -v_{m+1}-...-v_n$.

Построим сначала матрицу платежей $B=||b_{ij}||$, $b_{ij}\leq a_{ij}$, i,j=1,...,n, где элемент b_{ij} равен рекомендованному платежу лица i лицу j. Матрица B должна обладать следующими двумя свойствами: а) сумма элементов каждой строки i равняется сумме элементов столбца i, иными словами, каждый платит столько, сколько получает от других; б) сумма элементов матрицы оставшихся долгов $C=||c_{ij}||$, $c_{ij}\geq 0$, i,j=1,..,n, (C=A-B) должна быть минимально возможной.

Сначала удобнее построить матрицу платежей C. Разделим все долги на четыре группы: кредиторов кредиторам ($K \to K$), кредиторов должникам ($K \to D$), должников кредиторам ($D \to K$) и должников должникам ($D \to D$). Алгоритм построения матрицы C состоит в следующем. Все её элементы, соответствующие всем видам долгов, кроме $D \to K$, полагаем равными нулю, т.е. $c_{ij} = 0$ при i=1,...,m, j=1,..., n и $c_{ij} = 0$ при i=m+1, ..., n, j=m+1,..., n.

Единственными ненулевыми элементами могут быть только те, что соответствуют долгам $D \to K$, т.е. c_{ij} при i=m+1,...,n, j=1,...,m. Их нужно выбрать так, что бы сумма элементов строки i равнялась $-v_i$, а сумма элементов столбца равнялась v_i. Такая процедура является допустимым решением известной транспортной задачи в её простейшем варианте (когда все тарифы одинаковы). В дальнейшем назовём все матрицы, построенные этим способом, матрицами вида (c). В [3] было доказано, что матрица платежей B, получаемая из равенства B=A-C с помощью любого решения указанной транспортной задачи, минимизирует как общую сумму остаточных долгов, так и сумму остаточных долгов каждого отдельного долга и каждому отдельному лицу.

Из теории транспортной задачи известно, что у неё существует решение, которое содержит не больше, чем n-1 ненулевых элементов.

В общем случае были проведены исследования, описывающие поведение предприятий в ситуации, когда взаимозачет производится в рамках коалиций, изолированных друг от друга и общающихся через посредников. Эта идея получила развитие в работе [3]. Допустимы два варианта постановки задачи в разрезе коалиций.

Предположим, что первоначальная совокупность лиц I={1,…,n} разбита на m коалиций $I_1,...,I_m$ с численностями $n_1,...,n_m$, соответственно $n_1+...+n_m=n,$

$I_1=\{r_0+1,...,r_1\},...,I_m=\{r_{m-1}+1,...,r_m\}, r_0=0, r_k=r_{k-1}+n_k, k=1,...,m.$

$$\begin{pmatrix} I_h & ... & ... & ... \\ ... & I_k & ... & ... \\ ... & ... & I_l & ... \\ ... & ... & ... & I_m \end{pmatrix}$$

Под взаимозачётом в изолированной коалиции $I_k=\{r_{k-1}+1,...,r_k\}$ понимается взаимозачёт по квадратной подматрице

$$A_k=\| a_{ij}\|, r_{k-1}+1\le i, j\le r_k,$$

матрицы A. Заменим в матрице A подматрицы A_k подматрицами, полученными после взаимозачёта в отдельных коалициях $I_k, k=1,...,m.$ Полученную таким способом матрицу обозначим A_*^c. Зададим A_* - матрицу остаточных долгов, полученную после взаимозачёта по исходной матрице A. Как следует из теоремы 1, матрицы A_*^c, A_* определяются неоднозначно, однако для всех последующих построений эта неоднозначность никакой роли не играет.

Пусть матрица A^l, полученная из A обнулением всех элементов подматриц $A_k, k=1,...,m$. Очевидно, что A^l можно рассматривать как матрицу внешних долгов членов всех коалиций. Пусть A_*^c- матрица долгов, оставшихся после взаимозачёта по матрице внешних долгов A^l, обозначим

$$d(A^l)=S(A^l)-S(A_*^l)\ge 0.$$

Величина $d(A^l)$ характеризует эффект взаимозачёта по матрице внешних долгов. Для данного варианта была доказана теорема, характеризующая эффективность взаимозачета в изолированных коалициях.

$$S(A_*^c)\ge S(A_*)+d(A^l).$$

Рассмотрим теперь способ взаимозачета через представителей коалиций. Данный способ основан на вычислении внутреннего баланса V_k коалиции k: $V_k=\sum_{i\in I_k} v_i$ и включении в неё фиктивного лица- представителя i^k, который имеет внутренний баланс -V_k и внешний баланс V_k, k=1,…,m. Взаимозачёт производится в отдельно расширенных коалициях

$\bar{I}_k = \{r_{k-1}+1,...,r_k, i^k\}, k=1,...,m,$ и в группе представителей $\{i^1,...,i^m\}$. В каждой из этих совокупностей лиц фактически взаимозачёт производится не по матрице исходных долгов, а по вектору балансов. При построении матрицы остаточных долгов было выведено и доказано утверждение, что *Минимальная сумма остаточных долгов* $S(A_*)$ *в процедуре взаимозачёта без посредников отличается от суммы остаточных долгов* $S(\bar{I})$ *в процедуре взаимозачёта с посредниками на величину* $\sum_{k=1}^{m}|V_k|$. Более детально коалиционные задачи рассмотрены в [6].

Взаимозачет с помощью бартера интересен для рассмотрения с точки зрения практиков. При детальном рассмотрении решение задачи в данной постановке сводится к решению однопродуктовой или многопродуктовой транспортной задачи. Однако при решении задачи не учитывается проблема уплаты налогов на совершаемые бартерные операции, что в реальной ситуации создает определенные трудности, вследствие несовершенности существующей налоговой политики, и заставляет отказаться данного способа выхода из кризисной ситуации.

Одним из вариантов упрощения ситуации с долгами является проведение некоторого перерасчета долгов предприятия, направленного на суммарное уменьшение задолженности.

Основным аргументом в пользу применения такой процедуры является тот факт, что для большего числа предприятий сумма его долгов сравнима с суммой средств, которые должны ему другие предприятия. В работах [1,7,8] рассмотрена постановка задачи зачета взаимных долгов предприятий, в которой в качестве функционала фигурирует сумма квадратов долгов предприятий, остающихся после перераспределения. Такой выбор челевой функции представляется искусственным, поскольку не отражает существа дела и может быть объяснен пристрастием авторов к методу неопределенных множителей Лагранжа.

В работах [2,9] приводится постановка задачи с более естественным функционалом, равном сумме всех долгов предприятий. С математической точки зрения рассматриваемая задача тривиально сводится к нахождению допустимого решения транспортной задачи, о которой уже говорилось выше, когда стоимость транспортных перевозок не учитывается. Несмотря на всю актуальность, предложенный подход имеет ряд недостатков. Одни из них заключаются в том, что рассматриваемые в модели долги характеризуются только своими размерами. На практике же существует дифференциация долгов, связанная с их важностью для предприятия либо системы в целом. В [5] предложен вариант ввода дополнительной величины D_{ij}, которая называется ценой единичной задолженности предприятия i предприятию j. В качестве D_{ij} могут быть взяты приоритет долга, взимаемый штраф или премия за его ликвидацию. При этом целевая функция приобретает вид: $A_{ij}D_{ij}$.

В [5] ставится следующая задача. Пусть $N = \{1,...,n\}$ - множество предприятий. A_{ij} - матрица долгов этих предприятий друг другу. Каждому предприятию $i \in N$ предоставляется возможность взятия некоторого кредита $q_{i,}\, 0 \le q_i \le Q$, и в результате дальнейших взаиморасчетов некоторая сумма p_i может оказаться на «свободном» счете этого предприятия. Рассматривается задача целесообразного кредитования: найти систему выплат f_{ij}, кредитования q_i предприятий и «чистых» возвратных долгов p_i, минимизирующую сумму оставшихся долгов

$$\sum_{j=1}^{n} q_j + \sum_{i,j} (a_{ij} - f_{ij})$$

при следующих условиях:

- сумма использованного кредитного ресурса на превышает лимита предоставляемого
ресурса, т.е.

$$\sum_{j=1}^{n} q_j \le Q, q_j \le Q, j \in N$$

- выплата предприятия i предприятию j не превышает величины его долга, т.е.

$$0 \le f_{ij} \le a_{ij}$$

- сумма средств, поступающих предприятию в виде кредита и выплат от других
предприятий, равно сумме средств, оставляемых на «свободном» счете предприятия, и
выплат его кредиторам, т.е.

$$F(N,i) + q_i = F(i,N) + p_i$$

Подводя итог рассмотренным вариантам решения проблемы взаимных долгов предприятий, можно выделить наиболее перспективные направления развития моделей:

- учет приоритетов платежей в задаче целесообразного кредитования;
- учет товарообменных операций при проведении взаимозачета.

Список используемой литературы.

1. Калиткин Н.Н. Задача зачёта взаимных долгов предприятий //Докл. РАН. 1995. Т. 341. №1.
2. Калиткин Н.Н., Михайлов А.П. Идеальное решение задачи взаимных долгов //Мат. моделирование. 1995. Т.7. № 6.
3. Аниконов Д.С., Цициашвили Г.Ш. Вопросы усовершенствования процедуры взимозачета долгов. // Экономика и математические методы. 2000, том 36, №3.
4. Булгакова И.Н. Сведение проблемы взаимозачёта долгов предприятий к задаче о максимальном потоке. Воронеж 1999г.

5. Гимади Э.Х., Н.И. Глебов, В.В. Залюбовский. О некоторых задачах погашения взаимных долгов предприятий. //Дискретный анализ и исследование операций. Январь-июнь 1997. Том 4. №1
6. Цициашвили Г.Ш. Коалиционные эффекты во взаимозачёте долгов.//Владивосток: ИПМ ДВО РАН, 1998.
7. Калиткин Н.Н Оптимальный взаимозачет долгов предприятий.//Мат. моделирование. 1995. Т.7, №1 с.11-21
8. Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В. О взаимном зачета долгов предприятий. //Мат. моделирование. 1995. Т7. №4. С. 111-117.
9. Цициашвили Г.Ш. Решение задачи о погашении взаимных долгов.//Дальневосточный мат. сб. 1995. №1. С. 126-131