Чернявский А.Д.

Моделирование скорости распространения маркетинговой информации с учетом изменения ценности информации во времени

В работе рассмотрена модель распространения маркетинговой информации среди потенциальных покупателей с учетом ее старения в процессе распространения. На основе аналитического решения определены требования к ценности информации, времени ее распространения для достижения эффективного продвижения продукта на рынке.

Реклама продукта (товаров, услуг) является неотъемлемым атрибутом современной рыночной экономики.

Рассмотрим модель рекламного процесса основываясь на следующих допущениях [1,2]: предполагается, что скорость изменения во времени числа клиентов, узнавших о рекламируемом продукте и готовых к его приобретению, пропорциональна как числу знающих о нем, так и числу еще не знающих о нем потенциальных покупателей. Кроме того, предполагается, что на момент начала информационного рекламного воздействия, часть потенциальных покупателей уже знает о нем.

В соответствии с этими допущениями, анализ скорости распространения рекламы основан на исследовании дифференциального уравнения первого порядка:

$$\frac{dN}{dt} = aN(t)\left[N_0 - N(t)\right], \qquad (1)$$

где $\frac{dN}{dT}$ - скорость распространения рекламной информации в социальной среде; a - степень общения покупателей друг с другом $(a > 0)$; $N(t)$ - число покупателей, знающих о предмете рекламы к моменту времени t, N_0 - общее число потенциальных покупателей, $[N_0 - N(t)]$ - число потенциальных покупателей, не знающих в момент t о рекламируемом продукте.

В момент времени $t=0$ число знающих о рекламируемом продукте составляет $N(0) = N_0 / g$.

Считаем также, что коэффициент a является коэффициентом, оценивающим старение рекламной информации о продукте, т.е. снижение его ценности, и он зависит от времени t . При этом традиционными моделями, описывающими старение информации являются кривые Бартона-Кеблера [3]:

$$m(t) = 1 - ae^{-t} - be^{-2t} \qquad (2)$$

или их модификации (Аврамеску, Коула):

$$m(t) = e^{-at} - e^{-mat}, \qquad (3)$$

$$m(t) = e^{-lt} \qquad (4)$$

При этом кривая Бартона-Кеблера описывает старение двух потоков информации: компонента быстро стареющей и компонента медленно стареющей информации.

Определим понятие маркетинговой информации. Маркетинговая информация –*логически организованная информация, получаемая потребителем в процессе маркетинговой компании и отображающая цели и задачи организации, ее осуществляющей.*

Длительность «жизненного цикла» маркетинговой информации при использовании в микроэкономике является случайной величиной.

Рассмотрим длительность существования маркетинговой информации, как и полезной информации при прогнозировании, как случайную величину, зависящую от ряда факторов, которая может быть описана кривыми Гомперца или распределениями Гомперца - Макегама, в основе которых лежит идеализированная модель (экспоненциальное распределение плотности вероятности):

$$f(t) = l e^{-lt} \qquad (5)$$

где $l = T_0^{-1}$ - величина, обратная средней длительности цикла существования полезной информации. Соотношению (5) соответствует пуассоновский поток событий, однако предположение о постоянстве параметра l оказывается чрезвычайно упрощенным для большого класса задач прогноза микроэкономических показателей, что обуславливает необходимость введения методов оценки изменения этого параметра. Модификация кривой Гомперца может осуществляться в двух направлениях:

- параметр l является случайной величиной;
- параметр l имеет детерминированную тенденцию изменения во времени.

Дальнейшее рассмотрение ведем исходя из второго подхода.

При прогнозировании длительности жизненного цикла полезной информации вид этой зависимости представляет существенный интерес ввиду своей асимметричности. В работе [4] для оценки скорости старения информации была использована зависимость:

$$l(t) = l_0 e^{-2,3t/T_0} \;, \qquad (6)$$

т.е. по сути дела экспоненциальное распределение (5).

В реальной ситуации реакция потребителей на воспринимаемую ими информацию обладает задержкой по отношению к моменту начала распространения, а сама реакция будет описываться асимметричной кривой.

Как пример экспериментальной кривой роста числа покупателей при выборке за месяц в 20 тыс.чел. на рис.1 приведена зависимость для двух видов рекламы: по телевидению или радио; в периодической печати [5].

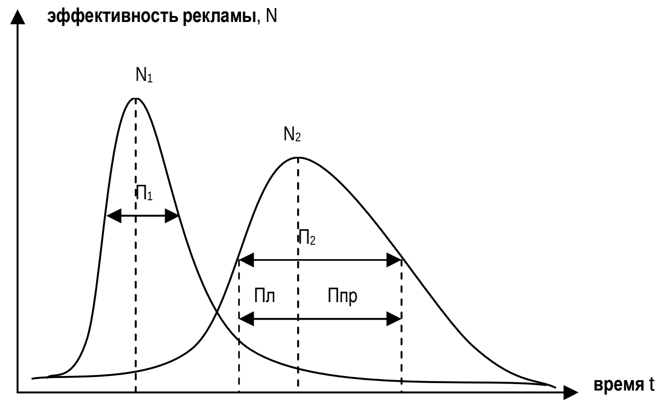

Рис.1. Эффективность рекламы на телевидении (N_1) и иных видов рекламы (N_2).

Реакция на рекламу по телевидению, радио или на видеорекламу в местах продаж отличается от иных видов рекламы прежде всего полным исчезновением объявления после его показа. Остальные виды рекламы можно посмотреть после их появления в иное время сразу же после его поиска. Это ведет к различию распределения покупателей на воздействие информации, содержащейся в рекламном сообщении.

Эффективность рекламы определяется отношением определенного параметра (выигрыша) к затратам. Если затраты изменяются незначительно, то эффективность можно оценить величиной параметра, изменяющегося под влиянием рекламы. На рис.1 приведено распределение изменения количества покупателей от времени. Показатель количества покупателей, совершивших покупки, и относится к одному из этих параметров.

При этом реакция респондентов в зависимости от времени воздействия рекламной информации $\boldsymbol{t}$ на телевидении (N_1) отличается временем осуществления покупок и характером распределения количества покупателей от времени по сравнению со случаем иных видов рекламы (N_2). Сам закон распределения при этом близок к нормальному и имеет небольшое затягивание правой части кривой N_1.

Распределение покупателей для случая рекламы в периодической прессе (N_2) иное. На него оказывает влияние как фактор отложенного спроса, а также то, что с объявлением можно познакомиться позже в удобное время. На графиках приведена полоса пропускания $П_1$, $П_2$, определяемая по аналогии с теорией информации на уровне 0,707.

Эффект отложенного спроса определяется коэффициентом асимметрии, который равен отношении. правой части полосы пропускания к левой: $\boldsymbol{k_a} = \boldsymbol{П}_{пр} / \boldsymbol{П}_л$. Для случая телерекламы в [5] установлено характерное значение коэффициента асимметрии $\boldsymbol{k_a} = 1{,}2 \div 1{,}5$ для случая телевизионной рекламы, и этот же показатель для периодической печати составляет $2 \div 4$.

Механизм покупок после показа рекламы по телевидению составляет от 1 до 2 дней. Возможен и больший интервал времени по отношению к покупателям или при передаче объявления перед выходным днем.

Для случая периодической печати максимум кривой продаж составляет 2-3 дня. И для случая еженедельных рекламных объявлений наибольшая часть всех покупателей (по уровню 0,707) соответствует примерно одному периоду, т.е. неделе.

При выборе теоретической формы, приближающейся к рассмотренным выше, используем гамма-распределение:

$$l(\boldsymbol{t}) = \frac{\boldsymbol{t}^{s-1} \times \boldsymbol{e}^{-t}}{\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{s})}\ , \tag{7}$$

где ***s***- параметр формы, ***t*** – текущее время. Это распределение при $\boldsymbol{s} = 1$ вырождается в экспоненциальное, соответствующее (4). Варьируя параметр формы $\boldsymbol{s} \geq 1$ можем изменять форму распределения, т.е. его ширину (П) и коэффициент асимметрии (k_a).

Таким образом, варьируя параметр формы можно рассмотреть различные варианты реакции потребителя на получаемую им маркетинговую информацию и вид рекламного носителя этой информации. Использование нормированного потока информации, определяемого условием

$$\int_0^\infty l(\boldsymbol{x})\boldsymbol{dx} = 1 \tag{8}$$

позволяет оценить изменение формы, продолжительность воздействия маркетинговой информации на потенциального покупателя предлагаемого продукта.

Введем в распределение информационного потока еще один параметр – «ценность» информации для потребителя. Под ценностью информации понимается ее важность для принятия решения. Определение ценности информации представляет субъективный процесс и в большинстве случаев нет объективных критериев определения ценности конкретных видов информации при принятии информационных решений.

Так с позиции вероятностного определения ценности информации А.А.Харкевичем ценность информации определяется приращением вероятности достижения цели вследствие получения той или иной информации [6].

Попытки связать понятие ценности информации с понятием цели представляются весьма перспективными. В этом ключе Д.С. Чернавский приводит следующее определение: «ценность информации зависит от цели, которую преследует рецептор. Чем в большей мере информация помогает достижению цели, тем более ценной она считается» [7]. В этом определении содержится два ключевых термина: рецептор – получатель или приемник информации, и цель, которую хочет реализовать рецептор с помощью полученной информации.

Разработанные подходы к количественной оценке ценности информации еще мало эффективны, поскольку основаны на использовании предварительных оценок априорных вероятностей цели, знания и последовательных действий потребителя.

Процесс определения ценности информации человеком всегда субъективен. Субъективность этого процесса определяется:

1. Индивидуальной способностью человека получать знания из поступившей информации.

2. Индивидуальной способностью человека провести анализ полученных знаний для принятия решений об их использовании или неиспользовании для достижения поставленной цели.

3. Индивидуальной способностью человека реализовать поставленную цель, основываясь на знаниях, полученных из поступившей информации.

Ценность информации носит также и объективный характер. Ценность объективна прежде всего в силу практического взаимодействия объекта и субъекта. Однако при этом оценка и субъективна. Оценка как выражение субъективного отношения к ценности может быть истинной, если она адекватна ценности, или ложной, если она ценности не соответствует.

При этом обесценивание информации связано с тем, что большая ее часть превращается в элемент окружающего нас разнообразия, поэтому ценность ее со временем утрачивается совсем (вследствие субъективной ценности) или снижается в процессе формирования более фундаментальных знаний (вследствие объективной ценности). Этот процесс снижения ценности информации соответствует двухпотоковому процессу старения, описываемому соотношениями (2),(3).

В нашей ситуации исходя из практических целей и оценок, приведенных выше, принимаем, что процесс снижения ценности информации или старения от времени подчиняется соотношению (7), а ценность информации x_0 лежит в интервале от 0 до 1. С учетом этого процесс старения информации запишем в виде функции:

$$a(\boldsymbol{t}) = \frac{x_0 \times \boldsymbol{t}^{s-1} \times \boldsymbol{e}^{-t}}{\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{s})} \tag{9}$$

Перейдем к решению уравнения (1). Первоначально учтем размерности всех членов уравнения (1):

$$\frac{[\boldsymbol{N}]}{[\boldsymbol{t}]} = [a] \times [\boldsymbol{N}] \times [\boldsymbol{N}], \tag{10}$$

где [X] означает размерность величины X. Отсюда находим:

$$[a] = \frac{1}{[\boldsymbol{N}] \times [\boldsymbol{t}]} \tag{11}$$

На основании (11) введем нормированный параметр $\overline{a} = a \times \boldsymbol{N}_0 \times \boldsymbol{T}_0$ и, соответственно, $a = \frac{\overline{a}}{\boldsymbol{N}_0 \boldsymbol{T}_0}$. Соответственно, перепишем уравнение (1):

$$\frac{\mathrm{N}_0}{\mathrm{T}_0} \times \frac{\boldsymbol{d}(\frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{N}_0})}{\boldsymbol{d}(\frac{\boldsymbol{t}}{\boldsymbol{T}_0})} = \overline{a} \times \frac{\boldsymbol{N}_0}{\boldsymbol{T}_0} \times \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{N}_0} \times (1 - \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{N}_0}) \tag{12}$$

Соответственно, сокращая правую и левую часть уравнения (12) на $\frac{N_0}{T_0}$ и заменяя $\frac{N}{N_0} = n; \frac{t}{T_0} = t$, где T_0 - характеристический масштаб старения информации или изменения ее ценности, получим:

$$\frac{dn}{dt} = \bar{a}(t)n(1-n) \tag{13}$$

В уравнении (13) $\bar{a}(t) = a(t)T_0 N_0 = \frac{x_0 T_0 N_0}{\Gamma(s)} t^{s-1} e^{-t}$. Для дальнейшего решения выражение $\frac{1}{n(1-n)}$ разложим с помощью метода неопределенных множителей:

$$\frac{1}{n(1-n)} = \frac{1}{n} + \frac{1}{1-n} \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), разделяя переменные и интегрируя, находим окончательное выражение для $n(t)$:

$$\ln\frac{(g-1)n}{1-n} = \frac{x_0 N_0 T_0}{\Gamma(s)} \int_0^t z^{s-1} e^{-z} dz = x_0 N_0 T_0 \frac{\Gamma(s,t)}{\Gamma(s)}, \tag{15}$$

где $\Gamma(s,t)$ - неполная гамма-функция.

Рассмотрим асимптотический случай – случай экспоненциального распределения ценности информации. При этом полагаем $s = 1, \Gamma(1) = 1$ и из (15) находим:

$$\ln\frac{(g-1)n}{1-n} = x_0 N_0 T_0 \int_0^t e^{-x} dx = x_0 N_0 T_0 (1 - e^{-t}) \tag{16}$$

$$n(t) = \frac{e^{x_0 N_0 T_0 (1-e^{-t})}}{(g-1) + e^{x_0 N_0 T_0 (1-e^{-t})}} \tag{17}$$

Соотношение (17) представляет собой логистическую зависимость изменения $n(t)$.

Рассмотрим ситуацию, когда за время старения информации $(t \geq 1)$ значение $\mathrm{n}(t) \to 1$. Для оценки асимптотического поведения пренебрегаем величиной e^{-t}, что вполне оправдано при $t \geq 2$. Зададим условие $n(t) \geq 0{,}9$ и подставляя его в (17) и проводя необходимые преобразования находим:

$$b_0 = x_0 N_0 T_0 \geq \ln[9(g-1)] \tag{18}$$

Отсюда находим для различных значений: $g = 10, b_0 \geq 4{,}4; g = 50, b_0 \geq 6{,}0; g = 100, b_0 \geq 6{,}8$.

На рис.2 приведена графическая интерпретация этих соотношений исходя из динамики изменения, задаваемой уравнением (17).

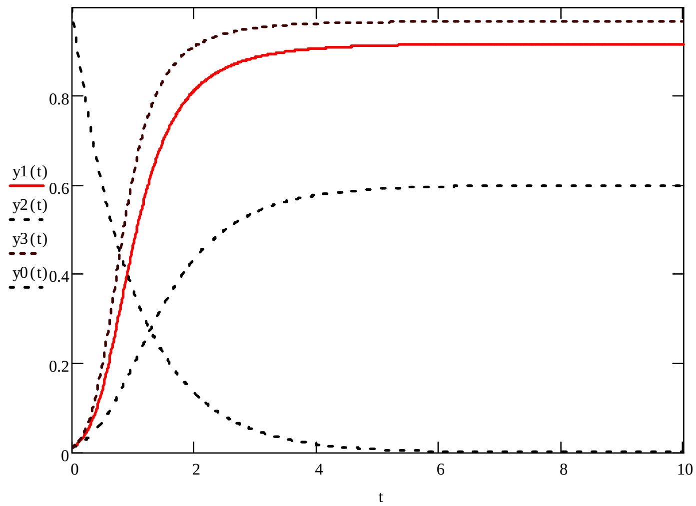

Рис.2 Динамика изменения основных показателей:

$$y0(t)=e^{-t};\ y1(t)=\frac{e^{7(1-e^{-t})}}{99+e^{7(1-e^{-t})}};\ y2(t)=\frac{e^{5(1-e^{-t})}}{99+e^{7(1-e^{-t})}};\ y3(t)=\frac{e^{8(1-e^{-t})}}{99+e^{8(1-e^{-t})}}$$

Соответственно, значения приведены в табл.1

Таблица 1

Характерные значения y(t)

t	y1(t)	y2(t)	y3(t)
2	0,811	0,432	0,911
3	0,837	0,539	0,953
4	0,907	0,578	0,962

Приведенные значения y(t) подтверждают полученные асимптотические оценки (18).

Однако существует большой диапазон значений $x_0 N_0 T_0$, для которых при $t \geq 2$ не достигается уровень $n(t) \approx 1$. На рис.2 он соответствует графику y2(t).

Считаем, что при $t \geq 2; n \to k \leq 1$. Проводя вычисления, аналогичные получению выражения (18), находим необходимое условие:

$$b_0 = x_0 N_0 T_0 = \ln\frac{k(g-1)}{1-k} \qquad (19)$$

Подставляя в (19) величины $k=0{,}6; g=100$ находим $b_0=5{,}0$. Из графика на рис.2 для y2 находим асимптотическую величину $y2 \approx 0{,}6$, что подтверждает корректность выполненной оценки.

Таким образом, с помощью (19) можно оценить предельное значение b_0, g, позволяющее достигать $n(t \geq 2) \approx k \leq 1$. Эти значения соответствуют тому случаю, что максимальное значение $n(t \geq 2) = 1$ не достигается при неоптимальном наборе параметров $b_0 = x_0 N_0 T_0; g$.

Из (18) следует, что:

1. При снижении эффективного времени воздействия маркетинговой информации T_0 следует увеличивать ценность информации для покупателя исходя из соотношения:

$$\frac{\boldsymbol{T}_0^{(2)}}{\boldsymbol{T}_0^{(1)}} = \frac{x_0^{(1)}}{x_0^{(2)}}$$

2. Если аудитория, готовая воспринимать маркетинговую информацию и сделать выбор в пользу рекламируемого продукта увеличилась с $\boldsymbol{N}_0^{(1)}$ до $\boldsymbol{N}_0^{(2)}$, то можно уменьшить как ценность информации о продукте, так и время воздействия исходя из соотношения:

$$\frac{\boldsymbol{N}_0^{(2)}}{\boldsymbol{N}_0^{(1)}} = \frac{\boldsymbol{T}_0^{(1)} x_0^{(1)}}{\boldsymbol{T}_0^{(2)} x_0^{(2)}}$$

3. Влияние параметра $g = \dfrac{\boldsymbol{N}_0}{\boldsymbol{N}(0)}$ соответствует логарифмической зависимости, т.е. его вклад менее значителен, чем параметров $x_0, \boldsymbol{N}_0, \boldsymbol{T}_0$, входящих в соотношение (18) в первой степени.

4. В целом показатель произведения: $x_0 \times \boldsymbol{N}_0 \times \boldsymbol{T}_0$ = (ценность информации) х (численность сегмента потребителей) х (эффективное время воздействия) можно назвать инвариантом рекламного информационного воздействия продаваемого продукта. Данное соотношение позволяет количественно оценить вклад в совокупное воздействие каждого из сомножителей и выработать маркетинговую политику компании.

Перейдем к решению общего уравнения (15). После некоторых преобразований представим решение в виде:

$$\mathrm{n}(t) = \frac{\exp\left[b_0 (1 - \dfrac{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},t)}{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},0)} \right]}{(g - 10) + \exp\left[b_0 (1 - \dfrac{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},t)}{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},0)} \right]} \qquad (20)$$

где $b_0 = x_0 \boldsymbol{N}_0 \boldsymbol{T}_0$; $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},0) = \boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{s}) = \int_0^\infty \boldsymbol{x}^{s-1} \boldsymbol{e}^{-x} \boldsymbol{dx}$; $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},t) = \int_t^\infty \boldsymbol{x}^{s-1} \boldsymbol{e}^{-x} \boldsymbol{dx}$ - верхняя неполная гамма-функция.

Для проведения численного моделирования ситуации с различными значениями параметра формы s на рис.3 приведены три возможных варианта.

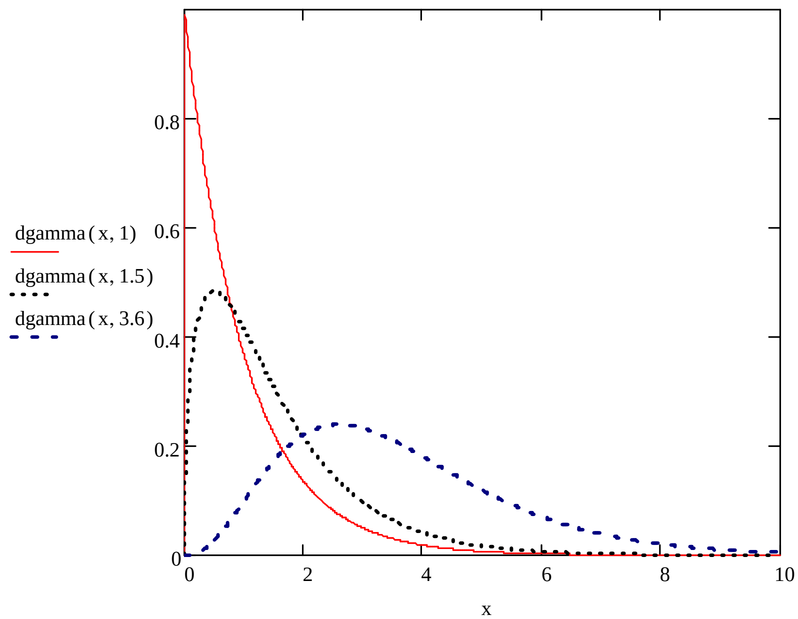

Рис.3. Рассматриваемые варианты динамики старения информации (функции плотности вероятности распределения): *экспоненциальное распределение* – dgamma(x,1); *для случая гамма-функции с параметром формы* ***s=1,5*** – dgamma(x,1,5); *для случая гамма-функции с параметром формы* ***s=3,6*** – dgamma(x,3,6).

Выбранные кривые соответствуют по форме приведенным на рис.1 для кривых эффективности рекламных продуктов.

Результирующее поведение в соответствии с уравнением (20) при коэффициенте формы s=1,5 представлено на рис.4 и для коэффициента формы s=3,6 – на рис.5

Сопоставление результирующего поведения числа покупателей с приведенным на рис.2 для случая экспоненциального распределения показывает близкие величины (табл.2).

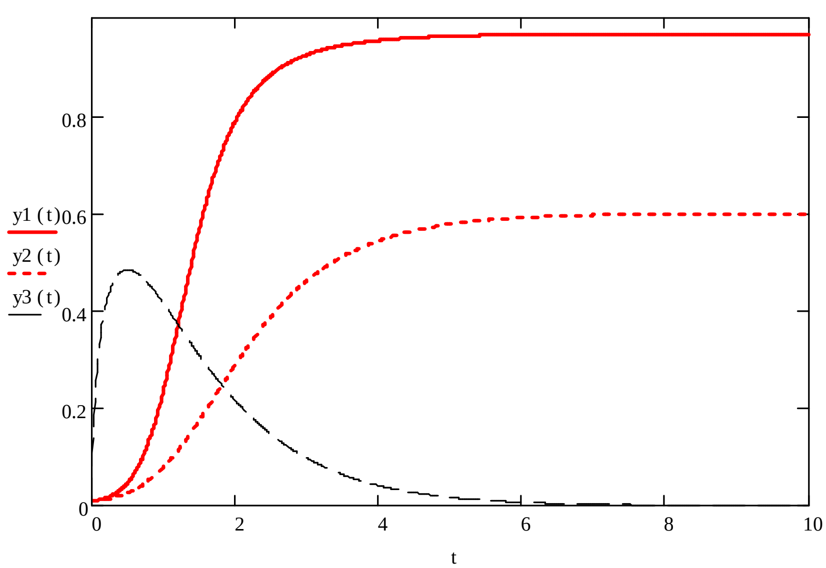

Рис.4. Изменение количества потребителей от времени для случая s=1,5: **y1(t)** при $\beta_0 = 8$; $\gamma = 100$; **y2(t)** при $\beta_0 = 5$; $\gamma = 100$; **y3(t)=**dgamma(t;1,5) – профиль старения информации.

Таблица 2

Сравнение значений показателя n(t) для случаев экспоненциального распределения и гамма -распределения старения информации

Распределение информации	β_0	n(t)		
		t=4	t=6	t=20
Экспоненциальное	8	0,963	0,967	0,968
Гамма-распределение (s=1,5)	8	0,954	0,966	0,968
Гамма-распределение (s=3,6)	8	0,642	0,926	0,968
Экспоненциальное	5	0,578	0,579	0,60
Гамма-распределение (s=1,5)	5	0,544	0,591	0,60
Гамма-распределение (s=3,6)	5	0,205	0,464	0,60

Это еще раз подтверждает общность выводов, полученных аналитически для экспоненциального старения информации относительно инвариантности показателя $b_0 = x_0 \boldsymbol{N}_0 \boldsymbol{T}_0$.

Следует отметить, что с практической точки зрения представляют интерес значения n(t) при $t \leq T_0$

На рис.6 представлены графики отношения $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{t})/\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},0)$ для ряда типичных значений параметра формы **s** . Из этих графиков следует, что значение $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{t})/\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s},0) = 0{,}1$ соответствует: t = 2 для s = 1; t = 3,9 для s = 2; t = 6,6 для s = 4; t = 9,2 для s = 6. При этом величина n(t) стремится к $\bar{\boldsymbol{n}}$, определяемому уравнением:

$$\bar{\boldsymbol{n}} = \frac{\boldsymbol{e}^{b_0}}{(g-1) + \boldsymbol{e}^{b_0}} \qquad (21)$$

Собственно значение $\bar{\boldsymbol{n}}$ в зависимости от соотношения величин β_0 и γ либо к $\bar{\boldsymbol{n}} = 1$, либо к $\bar{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{k} \leq 1$, где величина $\boldsymbol{k}$ определяется уравнением (19).

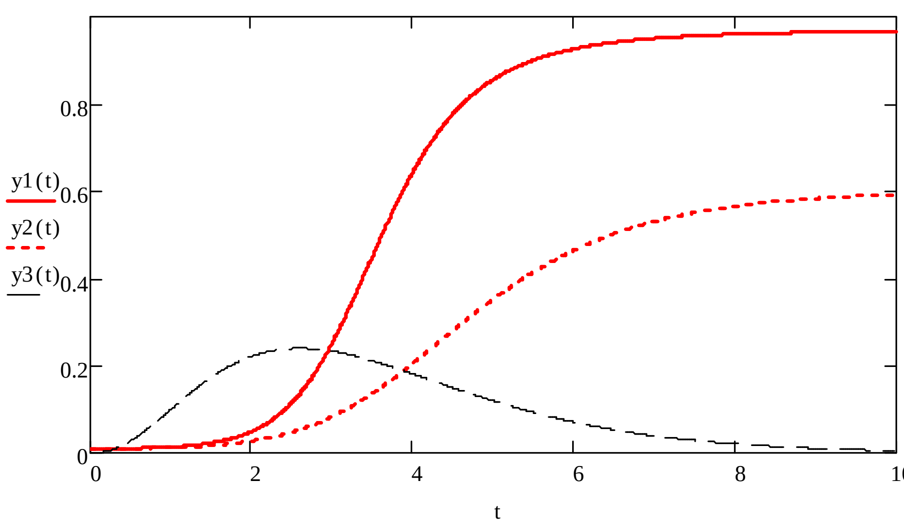

Рис.5. Изменение количества потребителей от времени для случая s=3,6: **y1(t)** при $\beta_0 = 8$; $\gamma = 100$; **y2(t)** при $\beta_0 = 5$; $\gamma = 100$; **y3(t)=**dgamma(t;3,6) – профиль старения информации.

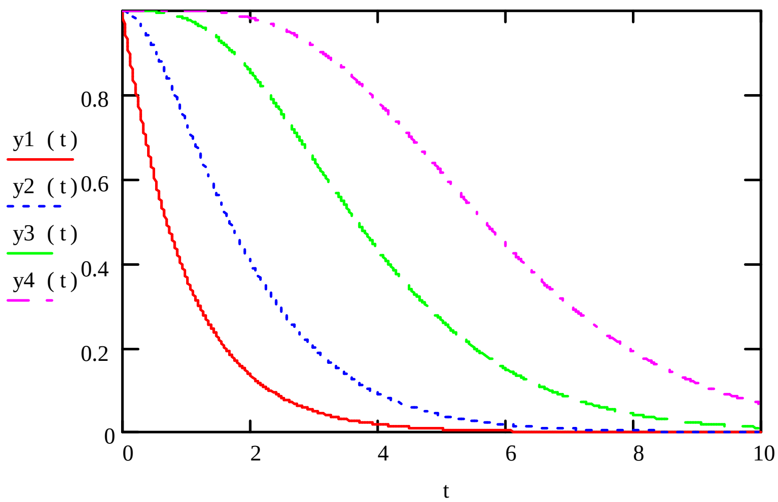

Рис.6. Зависимости отношения G(s,t)/G(s,0) при различных значениях коэффициента формы s: y1 – при s=1; y2 – при s=2; y3 – при s=4; y4 – при s=6.

Выводы:

1.Решена задача моделирования распространения рекламной информации среди потенциальных покупателей.

2.В предположении экспоненциального закона старения информации получены аналитические выражения для динамики роста числе покупателей.

3. Найден инвариант решения, определяемый произведением: ценности информации для покупателя (ξ_0), общего количества потенциальных покупателей (N_0) и характеристического времени воздействия рекламной информации (T_0).

3. Рост числа покупателей подчиняется логистической зависимости.

4. Определено условие достижения числа покупателей максимальной величины N_0:

$$x_0 \boldsymbol{N}_0 \boldsymbol{T}_0 \geq \ln[9(g-1)]$$

5. В общем случае количество покупателей достигает не максимального уровня N_0, а уровня kN_0, где коэффициент k определяется соотношением:

$$x_0 \boldsymbol{N}_0 \boldsymbol{T}_0 \geq \ln[\boldsymbol{k}(g-1)/(1-\boldsymbol{k})]$$

6. Проверка временного распределения информации, описываемого неполной гамма - функцией, подтвердило, что основные закономерности, найденные аналитически для экспоненциального распределения, остаются в силе и в этом случае.

Список использованной литературы:

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. - М.: Физматлит, 2002.-320с.
2. Пантелеев А.В., Якимова А.С., Босов А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: ВШ, 2001 . – 376с.
3. Глущенко В.В. Прогнозирование. – 2-е изд., испр. и доп.. – СПб: СП ГУВК, 1999.- 245с.
4. Шептунов М.В.Моделирование и анализ скорости распространения косвенной рекламы в условиях старения знаний. Экономический анализ: теория и практика, 2008, №2.
5. Сурыгина Е.Ю. Эффективность рекламы при осуществлении активных продаж. Маркетинг в России и за рубежом, 2002, №5.
6. Харкевич А.А. О ценности информации. В кн. Проблемы кинбернетики.Вып.4 М.: 1960,с.53-57.
7. Чернавский Д.С. Синергетика и информация (динамическая теория информации). Изд. 2. М.: 2004.-288с.