Чернявский А.Д.

ВРЕМЕННЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЕКЛАМНЫХ СООБЩЕНИЙ

В работе рассмотрен подход к моделированию рекламного воздействия на целевую аудиторию по двум коммуникационным каналам. Канал прямого воздействия осуществляет взаимодействие по схеме: «передатчик» → «приемник» (реципиент), а канал опосредованного воздействия – по схеме: «передатчик» → «ретранслятор» (реципиент) → «приемник» (реципиент). Показано, что при соответствующем подборе характеристик второго канала можно значительно повысить результирующую эффективность информационного воздействия на целевую аудиторию.

Исходное уравнение для анализа распространения рекламы в соответствии с [1,с.150] можно представить в виде:

$$\frac{dN}{dt} = [\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t)](N_0 - N(t)) \qquad (1)$$

В уравнении (1) параметры $\alpha_1(t), \alpha_2(t)$ соответствуют интенсивности воздействия рекламного сообщения. При этом $\alpha_1(t)$ соответствует прямой рекламе, охватывающей выбранную целевую аудиторию еще не знакомых с ней $(N_0 - N)$ человек, где N_0 – общее количество человек в целевой аудитории. По этому пути рекламное сообщение распространяется по схеме «передатчик» → «приемники» (реципиенты).

Второй путь распространения рекламы – опосредованный. При этом рекламное сообщение распространяется по иной схеме «передатчик» → «ретрансляторы» (реципиенты N(t)) → «приемники» (реципиенты (N_0 –N(t)).

Однако эта форма записи содержит внутреннее противоречие: размерности параметров α_1 и α_2 различны. Запишем уравнение (1) в схеме соотношения размерностей:

$$\frac{[N]}{[T]} = \{[\alpha_1] + [\alpha_2] \times [N]\} \times [N] = [\alpha_1] \times [N] + [\alpha_2] \times [N]^2 \qquad (2)$$

Таким образом, размерность параметров α_1 и α_2 должна быть следующая:

$$[\alpha_1] = [N]^{-1}; \; [\alpha_2] = [N]^{-1} \times [T]^{-1} \qquad (3)$$

Здесь следует отметить, что распространение рекламной информации по каналу «ретрансляторы» → «реципиенты» (N(t)) предполагается с одинаковой скоростью по отношению к группе, в которой воздействие рекламного сообщения происходит напрямую по схеме «передатчик» → «реципиенты» (N_0 – N(t)). При таком подходе уместно также допустить, что один ретранслятор передает принимаемое сообщение только одному приемнику (реципиенту) и вероятность его приема будет равна N/N_0 .

В соответствии с принятыми допущениями $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в результате привидятся к одинаковой размерности $[T]^{-1}$ и уравнение (1) можно переписать в виде:

$$\frac{dN}{dt}=\left[\alpha_1(t)+\alpha_2(t)\frac{N(t)}{N_0}\right]\left(N_0-N(t)\right) \qquad (2)$$

Следующим допущением является предположение о старении полученной информации. В соответствии с допущением экспоненциальной зависимости от времени старения информации [2], можем представить:

$$\alpha_1(t)=\alpha_1\exp(-\alpha_1 t);\alpha_2(t)=\alpha_2\exp(-\alpha_2 t) \qquad (3)$$

Учтем, что для нас важно соотношение величин α_1 и α_2. Поэтому положим $\alpha_1=1;\alpha_2=\alpha$. Реально величина $\alpha<1$, т.е. старение информации, распространяемой по каналу «ретрансляторы» → «реципиенты» идет гораздо медленнее. Учитывая возможность варьирования интенсивности информационного воздействия по обоим каналам распространения, введем амплитуды воздействия A и B соответственно. Окончательно запишем (3) в виде:

$$\alpha_1(t)=A\exp(-t);\alpha_2(t)=B\exp(-\alpha t) \qquad (4)$$

Используя методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений [3], окончательно зависимость численности аудитории, получившей информацию, от времени будет иметь вид:

$$\frac{N(t)}{N_0}=\frac{A\int_0^t e^{-x}\exp(Ae^{-x}+\frac{B}{\alpha}e^{-\alpha x})dx}{\exp(Ae^{-t}+\frac{B}{\alpha}e^{-\alpha t})+A\int_0^t e^{-x}\exp(Ae^{-x}+\frac{B}{\alpha}e^{-\alpha x})dx} \qquad (5)$$

Предельный случай, соответствующий в принятых обозначениях условию постоянной величины воздействия по каналу ретрансляции: $\alpha_1(t)=Ae^{-t};\alpha_2=B$. Соответствующее решение для численности людей, охваченных рекламной компанией:

$$\frac{\overline{N(t)}}{N_0}=\frac{A\int_0^t e^{-x}\exp(Ae^{-x}-Bx)dx}{\exp(Ae^{-t}-Bt)+A\int_0^t e^{-x}\exp(Ae^{-x}-Bx)dx} \qquad (6)$$

Согласно (5) выражение для $N(t)/N_0$ может быть преобразовано при малых t путем замены в подинтегральных выражениях $\exp(Ae^{-x}+\frac{B}{\alpha}e^{-\alpha x})$ на $\exp(A+\frac{B}{\alpha})$. При этом получаем достаточно простое выражение для зависимости скорости роста численности аудитории:

$$\frac{d(N(t)/N_0)}{dt}=\frac{Ae^{-t}}{1+A(1-e^{-t})} \qquad (7)$$

Из (7) следует, что :

- скорость роста охватываемой аудитории вначале не зависит от показателей B и α. Это объясняется тем, что конкурирующий механизм, действующий по схеме «ретранслятор» → «реципиенты» в силу малости α включается гораздо позднее;
- максимальная скорость роста целевой аудитории достигается для выбранной формы информационного воздействия при t = 0 и равна A. То есть ос-

новополагающим фактором для «взрывного» роста аудитории является амплитуда короткой фазы информационного воздействия.

При больших значениях t из (5) путем замены второй экспоненты под интегралом ее максимальным фиксированным значением при t = 0 и соответствующего преобразования первого слагаемого в знаменателе (5), в итоге находим:

$$\frac{N(t)}{N_0} \approx \frac{A\exp(A+\frac{B}{\alpha})}{1+\exp(A+\frac{B}{\alpha})} \quad . \tag{8}$$

Из (8) очевидно следует, что $N(t) \to N_0$ при Aexp(A+B/α)>>1. Данная закономерность подтверждается графиками на рис.1, 2 и 3.

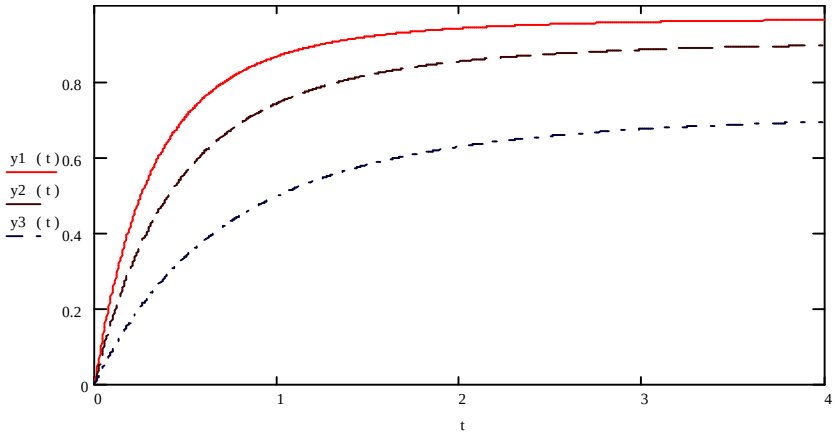

Рис.1 Графики $y(t)=N(t)/N_0$ при значениях параметров: y1(t): A = 3, B = 0,25, α = 0,5; y2(t): A = 2, B = 0,25, α = 0,5; y3(t): A = 1, B = 0,25, α = 0,5.

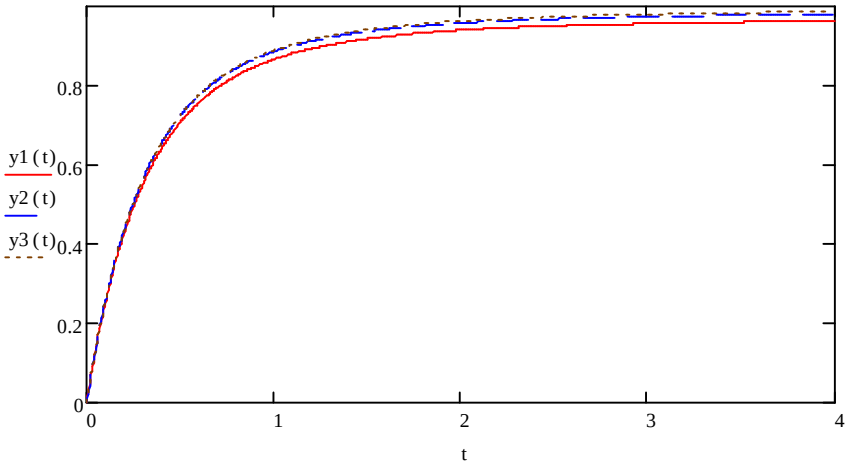

Рис.2 Графики $y(t)=N(t)/N_0$ при значениях параметров: y1(t): A = 3, B = 0,25, α = 0,5; y2(t): A = 3, B = 0,5, α = 0,1; y3(t): A = 3, B = 0,5, α = 0,3.

Учитывая замечание о неэффективности затрат при малых скоростях роста аудитории, охваченной рекламным сообщением $\frac{dN(t)/N_0}{dt}$, рассчитаем этот показатель при различных сочетаниях параметров A, B, α.

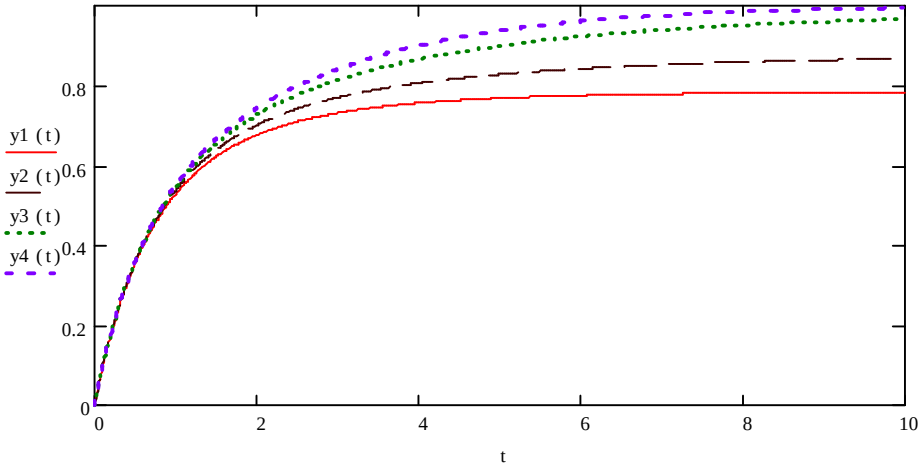

Рис.3. Графики $y(t)=N(t)/N_0$ при значениях параметров: y1(t): A = 1, B = 0,5, α = 0,5; y2(t): A = 1, B = 0,5, α = 0,3; y3(t): A = 3, B = 0,5, α = 0,1; y3(t): A = 3, B = 0,5, α = 0 (расчет по (6));

Соответственно, зависимости скорости прироста или $\frac{dN(t)/N_0}{dt}$, полученные численным интегрированием с использованием Mathcad 14, представлены на рис 3 и 4.

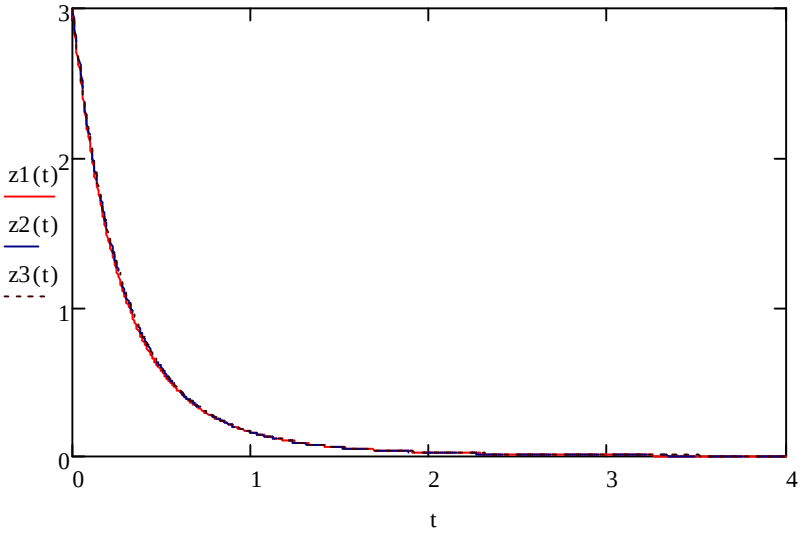

Рис.3. Зависимость скорости роста $z(t)=\frac{dN(t)/N_0}{dt}$ при значениях: z1(t): A = 3, B = 0,25, α = 0,5; z2(t): A = 3, B = 0,5, α = 0,3; z3(t): A = 3, B = 0,5, α = 0,1.

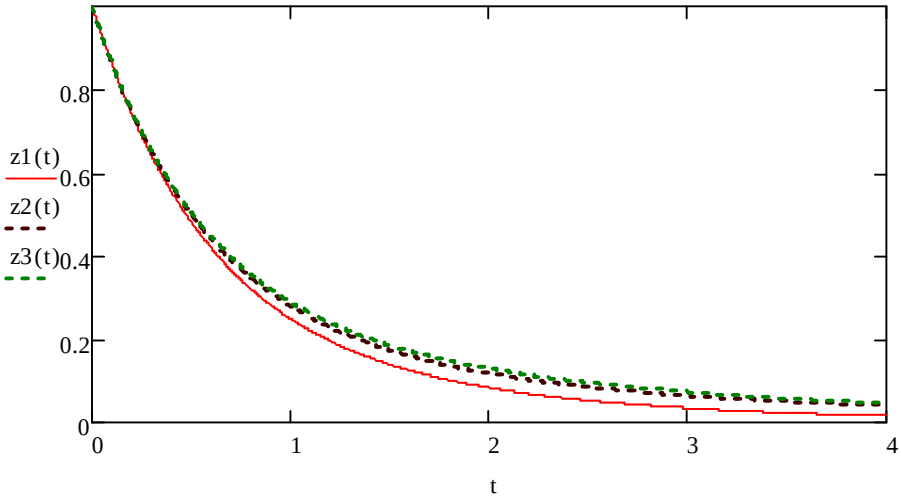

Рис.4. Зависимость скорости роста $z(t) = \frac{dN(t)/N_0}{dt}$ при значениях: z1(t): A = 1, B = 0,5, α = 0,5; z2(t): A = 1, B = 0,5, α = 0,1; z3(t): A = 3, B = 0,5, α = 0 (получено из уравнения (6)).

Ниже в табл.1 приведены результаты численного расчета показателя $\frac{dN(t)/N_0}{dt}$. Использованы как характерные фиксированные значения параметров A = 1 и B = 0,2 в целом близкие по отношению друг к другу задаваемым правилом Парето, при варьировании величины времени затухания по каналу ретрансляции α . Поскольку операция вычисления проводилась численно, то с ростом t погрешность накапливается.

Таблица 1

Зависимость скорости роста численности аудитории $d(N(t)/N_0)/dt$ от времени воздействия t при A = 1, B = 0,2 и различных значениях α

		t =0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
$\frac{dN(t)/N_0}{dt}$	α = 1	1	0,2	0,06	0,02	0,007
	α = 0,5	1	0,21	0,07	0,03	0,012
	α = 0,2	1	0,22	0,07	0,04	0,018
	α = 0,1	1	0,23	0,09	0,05	0,03
	α = 0,01	1	0,23	0,09	0,05	0,04

Однако реально можно сказать, что при использованном экспоненциальном законе изменения информационного воздействия уже при t = 2 происходит спад скорости роста численности охваченной информацией аудитории примерно в 10 раз, т.е. составит 10% от максимальной величины.

Рассматривая распространение рекламных сообщений, следует иметь в виду, что с практической точки зрения вопрос экономического эффекта и экономической эффективности представляет значительный интерес. При этом считаем, что экономический эффект представляет интегральный показатель, а эффективность – дифференциальный.

Если считать, что доход P от реализации продукта прямо пропорционален количеству людей, охваченных рекламой с коэффициентом k_1, то доход P, полученный от реализации товара за период действия t рекламы компании равен:

$$P = k_1 \int_0^t N(x)dx \qquad (9)$$

Аналогично можно оценить затраты на рекламу:

$$C = k_2 \int_0^t [\alpha_1(x) + \alpha_2(x)]dx \qquad (10)$$

Интегральный показатель или эффект от i-ой рекламной компании составит:

$$Э_i = P_i - C_i \text{ или } \Delta Э_i = (P_i - P_0) - (C_i - C_0), \qquad (11)$$

где индекс «0» соответствует некоторой базовой стратегии. Для исключения одной из переменных величин в (10) может быть установлено дополнительное ограничение – величина затрат по любой медиастратегии считается одинаковой.

Для оценки эффективности используем величину дохода в единицу времени в произвольный момент времени:

$$p = k_1 \frac{dN(t)}{dt} \qquad (12)$$

и сравниваем ее с максимальной величиной при используемой стратегии:

$$p_{max} - p = k_1 \left[\left(\frac{dN}{dt} \right)_{max} - \frac{dN}{dt} \right] \qquad (13)$$

Величина этой разности может быть значительна. С практической точки зрения имеет смысл вести рекламную кампанию, пока выполняется условие:

$$\frac{dN}{dt} > 0{,}1 \left(\frac{dN}{dt} \right)_{max} \qquad (14)$$

Соответственно, разрешая (14) относительно t, находим критическое значение $t_{кр}$ и можем ввести условие для времени проведения рекламной компании $t < t_{кр}$.

Следует также отметить, что зависимость $\alpha(t)$ может трактоваться и как задаваемая извне функция медиапланирования. В [4] на основе теории конечных автоматов рассмотрены три возможных медиастратегии: блиц-схема, клинообразная и обратный клин. При этом мы стремимся достичь максимального охвата аудитории. Суммарные затраты во всех случаях принимаются одинаковыми. Графики, представляющие эти схемы, приведены на рис.5.

В соответствии с оценками, приведенными в [4] при одинаковых затратах для стратегий (a) - (c) равных условно 1, совокупный доход для выбранных стратегий рекламной компании соотносится следующим образом:

$$P_а : P_в : P_с = 0{,}34 : 0{,}23 : 0{,}46 \qquad (15).$$

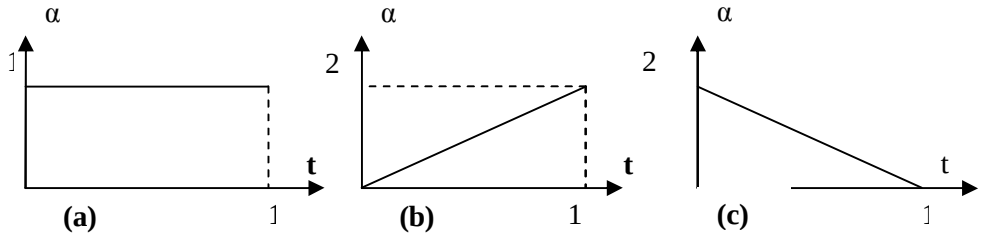

Рис.5. Графики интенсивности информационного воздействия: (а) – блиц-схема; (в) – клинообразная; (с) – обратный клин.

На основании этих сравнений можно сказать, что примененная нами модель информационного воздействия от времени $\exp(-\alpha t)$ близка к оптимальной с точки зрения получения максимального экономического эффекта.

Также отметим, что в [5] продемонстрирована попытка свести задачу определения наиболее эффективного управления параметром $\alpha_1(t)$, рассматривая функционал:

$$\int_{t_0}^{t_n} \left(N(t) - k\alpha_1(t)\right)^2 dt \to \max, \qquad (16)$$

где t_0 и t_n – начальный и конечный моменты времени, соответственно.

Однако решение задачи оптимального управления позволяет найти разрывную функцию $\alpha_1(t)$ вида представленной на рис. 1(а), где варьируется момент окончания процесса.

Как показывают оценки, выполненные в [4] сделанный нами выбор экспоненциальной формы информационного воздействия более оптимален и дальнейший анализ проведем, основываясь на выбранной зависимости параметров $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$.

Дальнейший анализ на основе полученных соотношений (5) и (6) выполним на основе численных методов используя пакет Mathcad 14 [6]. При этом рост численности охватываемой аудитории оцениваем в соответствии с (5), а величину затрат оцениваем как суммарные усилия по распространению по обоим каналам:

$$\text{Расходы} = \int_0^t (Ae^{-t} + Be^{-\alpha t})dt \qquad (17)$$

Используя формулу для величины расходов (17) при t =4 и рассчитывая соответствующие значения $N(t=4)/N_0$ определим показатель эффективности той или иной медиастратегии. Эффективность рассчитываем как отношение:

$$\text{Эффективность} = \frac{N(t=4)/N_0}{\text{Расходы}(t=4)} \qquad (18)$$

В соответствии с данными таблицы 2 для фиксированного времени рекламной компании следует отметить:

- эффективность имеет тенденцию к уменьшению с уменьшением параметра α;
- в рассматриваемом диапазоне величин $\alpha = 1 \div 0{,}01$ уменьшение эффективности составляет 27,9%.

Таблица 2

Величина «Эффективности затрат (при t = 4)» для случая A= 1, B = 0,2 и различных значениях α

Эффективность	α = 1	α = 0,5	α = 0,2	α = 0,1	α = 0,01
	0,55	0,51	0,47	0,45	0,43

Учитывая, что для использованного экспоненциального закона распределения прекращение эффекта воздействия можно оценить интервалом $t \approx 2/\alpha$, рассчитаем аналогичные показатели за время $t_0 = 2/\alpha$.

Рассчитаем также показатель удельной временной эффективности воздействия в соответствии с нижеприведенным уравнением:

$$\text{Удельная_эфективность} = \frac{\text{Эффективность}}{t_0} \qquad (19)$$

Этот показатель оценивает эффективность затрат в единицу выбранного временного интервала. Результаты расчетов сведены в таблицу 3.

Таблица 3

Полная эффективность рекламного воздействия и удельная временная эффективность рекламного воздействия за эффективное время $t_0 = 2/\alpha$.

	$\alpha = 1$; $t_0 = 2$	$\alpha = 0{,}5$; $t_0 = 4$	$\alpha = 0{,}2$; $t_0 = 10$	$\alpha = 0{,}1$; $t_0 = 20$	$\alpha = 0{,}j1$; $t_0 = 200$
Эффективность	0,58	0,51	0,42	0,33	0,0055
Удельная эффективность	0,29	0,128	0,042	0,012	0,0003

Сравнение приведенных данных в табл. 2 и 3 показывает возможность комбинации одновременно двух каналов распространения рекламного сообщения. При этом следует придерживаться следующей последовательности его проведения.

Во-первых, по каналу прямого воздействия «передатчик» → «приемник» (реципиент) распространяется рекламное сообщение, имеющее малое время эффективного воздействия. Таким примером может быть видеореклама, телевизионная реклама.

Во-вторых, запускается одновременно по параллельному каналу «передатчик» → «ретранслятор» (реципиент) → «приемник» (реципиент) рекламное сообщение, имеющее время эффективного воздействия примерно на порядок большее. Примером такого сообщения может повторяющееся радиосообщение, которое затем ретранслируется в виде пересказа людей друг - другу.

В результате такой комбинации суммарное время воздействия возрастает также на порядок. Эффективность по сравнению с двойным коротким воздействием падает только на 40% при увеличении суммарного времени воздействия примерно в 10 раз.

Поддержание высокого уровня охвата целевой аудитории путем последовательности коротких сообщений прямого воздействия будет гораздо более затратным, чем предлагаемая комбинация воздействия по двум разным коммуникационным каналам.

Выводы:

1. Предложена модель двухканального распространения рекламной информации как по каналу прямого воздействия: «передатчик» → «приемник» (реципиент), так и опосредованного воздействия: «передатчик» → «ретранслятор» (реципиент) → «приемник» (реципиент).

2. Рассматривается экспоненциальная форма зависимости распространяемого информационного сообщения от времени, которая в целом близка к оптимальной временной зависимости.

3. Показано, что за счет подбора свойств второго коммуникационного канала, обеспечивающего увеличение времени распространения приблизительно на порядок, можно значительно снизить затраты по сравнению со схемой последовательного воздействия одинаковых рекламных сообщений по прямому каналу воздействия.

Литература

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры, М. - Физматлит, 2001-320с.
2. Глущенко В.В. Прогнозирование.-2-е изд. - СПб: СП ГУВК, 1999.-245с.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.:Наука, 1974.-331с.
4. Давнис В.В., Жижелов А.А. Выбор эффективной стратегии рекламной компании. Вестник ВГУ, сер. Экономика и управление, 2004, №1, с.87-95.
5. Михайлов А.П., Измоденова К.В. Об оптимальном управлении процессом распространения информации. Математическое моделирование.- 2005, т.15, вып.5, с.67-76.
6. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad 14, Питер.-2007.-592с.