

Стаханов Д.В.
аспирант Нижегородского государственного университета
им. Н.И. Лобачевского
dimitrium@hotmail.ru

Методика снижения транзакционных издержек в динамическом хеджировании

В статье рассмотрен новый метод снижения транзакционных издержек в динамическом хеджировании, в зависимости от прогнозируемой подразумеваемой волатильности. Произведено сравнение стандартной стратегии торговли волатильности и стратегии с использованием коэффициента несовершенного хеджирования.

Ключевые слова: несовершенное хеджирование, волатильность, дельта опциона.

В настоящее время на финансовом рынке широкое распространение получили методы так называемого совершенного хеджирования, основная идея данного метода в конструировании некоторого портфеля рыночных активов, который генерирует платежи, соответствующие выплатам производного финансового инструмента. Отсутствие арбитража позволяет определить стоимость портфеля как стоимость производного инструмента. Преимущество стандартных методов в сравнительной простоте расчетов стоимости срочной позиции. Так или иначе, эти методы не учитывают ожидания держателя срочной позиции, его толерантность к риску, и структуру его инвестиционной стратегии.

С другой стороны существуют методы несовершенного хеджирования, которые учитывают все выше перечисленные недостатки методов совершенного хеджирования, и так же имеют свои недостатки. Цель данных методов - максимизация ожидаемой доходности при ограничении на допустимый уровень риска или, что, по существу, эквивалентно, минимизации риска при заданном уровне доходности. Главная особенность методов несовершенного хеджирования состоит в том, что при осуществлении хеджирующей стратегии сознательно допускается возможность получения потерь, этим и достигается уменьшение издержек при хеджировании, в том числе транзакционных.

Структура открытой позиции в данном случае является источником риска. Соответственно производя изменения в структуре своей позиции, хеджер может воздействовать на размер риска и доходности позиции. Если допустить, что в некоторых случаях выплаты срочного контракта не будут воспроизведены или будут воспроизведены не в полном объеме, то возможно снижение расходов на реализацию стратегии репликации за счет снижения размера хеджа и увеличения ошибки репликации, т.е. риска возникновения потерь в этих случаях.

В данной статье рассматривается методика несовершенного хеджирования, основанная на уменьшении размера хеджа в момент снижения/увеличения рыночной волатильности базового актива. Данный метод позволит снизить как общие издержки на создание хеджирующей позиции, так и транзакционные издержки, при осуществлении стратегии покупки/продажи волатильности.

Стратегия «торговли волатильностью» основана на статичном удерживании опционных позиций и управлении рисками через базовый актив. Стратегия покупки/продажи волатильности в большинстве случаев сводится к двум базовым стратегиям: покупка/продажа базового инструмента + покупка/продажа опционов пут, продажа/покупка базового инструмента + покупка/продажа опционов колл [3].

Стратегия торговли волатильностью основаны на дельта-нейтральной стратегии, в соответствии с которой необходимо постоянно поддерживать эквивалентное количество базового актива (EAP - equivalent active position) равное:

$$ESP = \Delta \times Q_a \times N, \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S} \quad (2)$$

где Δ – текущая дельта опциона, ∂V - изменение стоимости опциона в период времени ∂t , ∂S - изменение стоимости базового актива в период времени ∂t . Q_a - количество активов в опционном контракте, N - количество опционных контрактов.[1]

При этом общая дельта позиции должна стремиться к нулю. В этом случае риск позиции так же равен 0. Прибыль от реализации стратегии покупки волатильности возникает в случае, если при создании позиции подразумеваемая волатильность базового актива низкая, а затем с течением времени существования позиции она возрастает. Прибыль от реализации стратегии продажи волатильности возникает из-за разницы большей текущей и меньшей будущей подразумеваемой волатильности. Такие колебания волатильности за время существования хеджевой позиции могут происходить не однократно. Если направление изменения волатильности идет в разрез реализуемой стратегии, то хеджер несет убытки. Кроме того, постоянное рехеджирование для поддержания дельта-нейтральной позиции увеличивает объем транзакционных издержек. Двумя наиболее часто применяемых на практике метода снижения транзакционных издержек являются: уменьшение объема сделки по базовому активу на этапе перехеджирования и уменьшение количества этапе перехеджирования.

Методы несовершенного хеджирования относятся к первому методу снижения транзакционных издержек, позволяют снизить убытки в случае предполагаемого изменения волатильности и сгладить эффект от падения или роста волатильности при реализации стратегии торговли волатильности.

Допустим у нас создана позиция: M - длинных акций и N европейских

otm («out the money») опционов put, общий срок истечения опциона T , срок до исполнения опциона t . Предположим так же, что транзакционные издержки постоянны для всех контрактов одного вида финансовых инструментов и включают в себя все издержки на заключение контракта купли/продажи финансовых активов на фондовом рынке.

1. Количество опционных контрактов постоянно, меняется лишь количество базового актива.
2. Позиция закрывается по наступлению срока исполнения опционов

Через определённый период времени dt количество акций, которое необходимо приобрести или продать для того, чтобы позиция оставалась дельта-нейтральной будет равно:[2]

$$M = \left(\frac{\partial V}{\partial S}(S + dS, t + dt) - \frac{\partial V}{\partial S}(S, t) \right) \times Q_a \times N \quad (3)$$

Если в дальнейшем возникает ситуация, при которой волатильность падает или возрастает, то это ведет к убыткам при реализации стратегии покупки или продажи волатильности соответственно. Но если в данном случае использовать несовершенный хедж, это позволит снизить ожидаемые убытки, а также сократить транзакционные издержки за счет сокращения количества проданных/купленных акций. Это будет выглядеть следующим образом: введем некий коэффициент $k \in [0, 1]$. В его задачу будет входить уменьшение размера хеджевой позиции в прогнозируемый момент падения волатильности.

$$M' = k \times \left(\frac{\partial V}{\partial S}(S + dS, t + dt) - \frac{\partial V}{\partial S}(S, t) \right) \times Q_a \times N \quad (4)$$

В данном случае $M' < M$ в результате воздействия коэффициента несовершенного хеджирования k

В данной статье прогноз подразумеваемой волатильности базового актива ставится в зависимость коэффициента k , а также от толерантности хеджера к риску (TR), оставшегося срока истечения опциона (T) и ликвидности используемых в хеджевом портфеле финансовых инструментов (L).

$$Val_f = \Phi \left(\frac{\ln(k * T) + L}{TR} \right) \quad (5)$$

где Val_f – прогноз подразумеваемой волатильности базового актива. Val_f – может быть найдена по любой удобной формуле.

$\phi(x)$ – функция нормального распределения.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-0,5x^2} dx \quad (6)$$

L – коэффициент ликвидности базового актива $L \in [0, 1]$. Данный коэффициент показывает на сколько быстро базовый актив может быть переведен в денежные средства и обратно без финансовых потерь. Значение близкое к 0 говорит о малой ликвидности базового актива, значение близкое к 1 означает

высокую ликвидность базового актива.

TR – толерантность к риску хеджера $TR \in [0,1]$. Данный коэффициент показывает отношение инвестора к риску. Чем более инвестор рискованней, тем ближе данный коэффициент к 1, и наоборот у более консервативного инвестора толерантность к риску будет стремиться к 0.

T – срок до истечения опциона $T \in [0,1]$. С течением времени поведение опциона меняется, чем меньше срока остается до истечения опциона, тем позиция становится более не управляемой, и требует снижения риска. В связи с этим, чем меньше срок до истечения опциона, тем меньше волатильность оказывает влияние на коэффициент k и тем ближе он к 1.

Формула 5 является эмпирически выведенной формулой на основе многочисленных исследований автора. Не смотря на то, что формула 5 является уравнением функции прогнозируемой волатильности, вычисление её не может быть осуществлено по заданной формуле, так как изначально предполагается, что прогноз волатильности величина известная. С помощью данной формулы находится коэффициент несовершенного хеджирования k , который является не известной величиной.

Из формулы 5 видно, что для того чтобы выразить коэффициент k необходимо найти обратную функцию нормального стандартного распределения, что вызывает некоторые трудности в расчетах, так как обратная функция не имеет формульной формы и её значения находятся обычно с помощью таблиц. Поэтому вычисление коэффициента k предполагается осуществлять с помощью подбора его значения. Что может быть с успехом реализовано в любом современном табличном редакторе.

Рассмотрим применение коэффициента несовершенного хеджирования k на численном примере.

Допустим, инвестор купил 10 опционов пут «около денег» с ценой страйк 100 д.е., и дельтой $-0,48$, согласно формуле 3 ему необходимо приобрести 480 акций, для того чтобы дельта позиции была максимально близка к нулю. В данном случае инвестор придерживается стратегии покупки волатильности. На каждом этапе мы прогнозируем подразумеваемую волатильность и определяем коэффициент k . Если волатильность движется в сторону инвестора, т.е. растет, то коэффициент k не участвует в работе и равен 1. Если согласно прогнозу волатильность упадет и инвестор не имеет возможности сменить свою стратегию покупки волатильности на её продажу, то используется коэффициент k , рассчитанный по формуле 5. Допустим, $TR=0,5$ – умеренный инвестор, $L=0,8$ – высоколиквидный актив, процентная ставка $r=0$. В таблице № 1 представлены результаты расчетов (где, N_a и N_a' – количество акций на текущем шаге перехеджирования, MA и MA' – маржа по акциям, MO и MO' – маржа по опционам, апостроф ' – показатели, рассчитанные после введения коэффициента k).

Таблица №1

Применение коэффициента несовершенного хеджирования k

№ п/п	Цена акции	Цена на опциона put	Дельта на опциона	Время, Т	Прогноз Val	N a	M A	MO	P/L	k	N a'	M A'	MO'	P/L'
1	100	3,99	-0,48	1	0,1	480				1,00	480			
2	105	3,80	-0,34	0,95	0,15	342	2400	-185,77	2214,54	1,00	342	2400	-185,77	2214,23
3	110	2,24	-0,23	0,9	0,15	229	1710	-1561,40	148,95	1,00	229	1710	-1561,40	148,60
4	101	6,89	-0,44	0,85	0,2	442	-2064	4652,58	2588,25	1,00	442	-2061	4652,58	2591,58
5	90	10,50	-0,87	0,8	0,1	871	-4861	3604,46	-1256,42	0,31	271	-4862	3604,46	-1257,54
6	98	2,89	-0,67	0,75	0,05	672	6972	-7604,78	-633,23	0,28	186	2168	-7604,78	-5436,78
7	85	15,53	-0,89	0,7	0,15	891	-8734	12638,86	3905,35	1,00	891	-2418	12638,86	10220,86
8	80	20,55	-0,90	0,65	0,2	904	-4455	5014,94	559,60	1,00	904	-4455	5014,94	559,94
9	85	16,43	-0,81	0,6	0,22	807	4519	-4121,31	397,47	1,00	807	4520	-4121,31	398,69
10	95	11,36	-0,55	0,55	0,3	547	8074	-5061,64	3012,71	1,00	547	8070	-5061,64	3008,36
11	101	6,59	-0,44	0,5	0,25	442	3285	-4774,10	-1489,20	0,67	298	3282	-4774,10	-1492,10
1	90	11,	-	0,4	0,2	7	-	4978,	111,0	0,	52	-	4978	1700,

2		57	0,7 6	5		6 4	48 67	33	1	69	6	327 8	,33	33
1 3	96	8,3 8	- 0,5 7	0,4	0,2 5	5 7 1	45 82	- 3188, 47	1393, 68	1, 00	57 1	315 6	- 3188 ,47	-32,47
1 4	99	4,0 4	- 0,5 3	0,3 5	0,1 5	5 2 7	17 13	- 4335, 51	- 2622, 27	0, 80	42 4	171 3	- 4335 ,51	- 2622, 51
1 5	107	1,8 6	- 0,2 5	0,3	0,2	2 5 1	42 20	- 2188, 39	2031, 28	1, 00	25 1	339 2	- 2188 ,39	1203, 61
1 6	120	0,0 5	- 0,0 1	0,2 5	0,1 7	1 4	32 59	- 1802, 45	1456, 16	1, 00	14	326 3	- 1802 ,45	1460, 55
1 7	100	1,7 8	- 0,4 9	0,2	0,1	4 9 1	- 28 7	1730, 86	1443, 77	1, 00	49 1	- 280	1730 ,86	1450, 86
1 8	115	0,0 2	- 0,0 1	0,1 5	0,1 5	7	73 66	- 1767, 32	5598, 88	1, 00	7	736 5	- 1767 ,32	5597, 68
Итого:									1891 8,45					19766 ,8

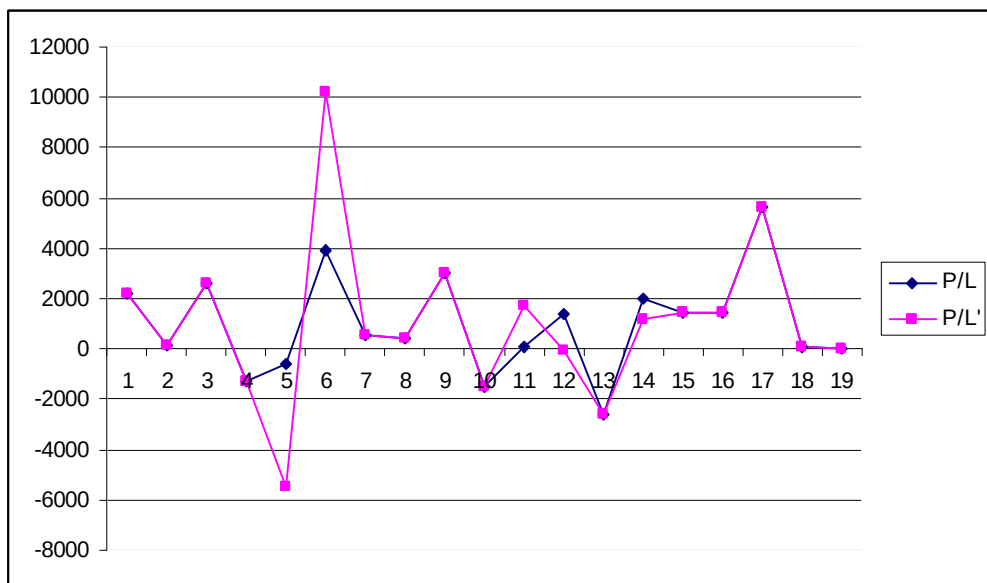


Рисунок 1. Сравнение прибыли и убытков (P/L) двух методов хеджирования

Как видно из таблицы 1 и рис. 1., если инвестор не захочет сменить свою стратегию и использует коэффициент k , прибыль будет больше на 4,5%, а транзакционные издержки меньше за счёт сокращения позиции в момент ожидаемых убытков. Допустим, транзакционные издержки равны 0,03 д.е. за

покупку/продажу 1 акции (эта условная сумма включает в себя, комиссионные брокера и половину спреда), тогда транзакционные издержки составят в первом случае 129 д.е., во втором случае 99 д.е., что на 23% меньше. На практике транзакционные издержки будут гораздо больше, поэтому даже 23% их снижение будет значительной суммой экономии.

В случае если инвестор после прогноза снижения подразумеваемой волатильности, не будет использовать коэффициент k , а просто оставит позицию, той какой она была на предыдущем шаге перехеджирования, то в этом случае прибыль составит 16309,71 д.е., что даже меньше полученной прибыли в первом случае.

Смена стратегии с покупки на продажу волатильности приведёт в возрастанию транзакционных издержек, а так же к большему возможному убытку, в случае если прогноз не оправдается. Все зависит от точности прогноза, с точностью прогноза более 80%, смена стратегии оправдывает себя, в другом случае убытки могут превысить ожидаемую прибыль.

Стратегия продажи волатильности с использованием метода несовершенного хеджирования может быть реализована с тем же успехом, разница будет лишь в том, что в этом случае коэффициент k будет использоваться в случае возрастания волатильности.

Недостатком метода несовершенного хеджирования с коэффициентом k является наличие не дополученной (упущенной) прибыли, то есть той прибыли, которую мы могли бы получить с полным хеджем, в случае изменения волатильности в нужном нам направлении. В теории упущенная прибыль и не дополученный убыток представляют собой схожие по своему смыслу понятия - в обоих случаях мы имеем потери, в первом случае это разница между возможной и реально полученной прибылью, во втором случае это разница между возможным и реализованным убытком. Несмотря на это, на практике не дополученный убыток имеет больший вес по сравнению с упущенной прибылью в случае консервативного отношения хеджера к убыткам, когда снижение убытка для него важнее получения дополнительной прибыли. При этом применение несовершенного хеджирования подвергает инвестора большему риску, нежели при полном хеджировании. Этот момент так же следует учитывать при использовании данного метода.

В заключение статьи хотелось бы сказать, что данный вид несовершенного хеджирования разрабатывался как один из наиболее простых методов снижения транзакционных издержек, но может применяться так же для снижения возможных убытков при реализации стратегий торговли волатильности.

Список используемой литературы

1. Коннолли Кевин Б. Покупка и продажа волатильности. — М.: ИК Аналитика, 2006. — 264 с.

2. Томсетт Майкл С. Торговля опционами. – М.: ИД Альпина, 2001. – 360 с.
3. М. Чекулаев Загадки и тайны опционной торговли.-М.: ИК Аналитика, 2001. – 432 с.