

Развитие методов выявления основной тенденции ряда динамики

Шибалкин А.Е., кандидат экономических наук, профессор кафедры статистики и эконометрики, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Москва, Россия

Фофанова А.И., младший разработчик, ООО «ЭвриТег», Москва, Россия

Аннотация. В статье рассмотрен метод выявления тенденции динамического ряда, основанный на соответствии уровней тенденции изменению определяющих развитие факторов. Авторами рассмотрены возможные сочетания характера динамики определяющих факторов и их эффективности и в зависимости от этого различные модификации уравнений. Представленный метод реализован на данных об урожайности зерновых культур за 12 лет при учете динамики внесения минеральных удобрений на 1 га пашни и стоимости основных средств растениеводства на 1 га сельскохозяйственных угодий.

Ключевые слова: тенденция, ряд динамики, уравнение тенденции, прогноз, определяющие тенденцию факторы.

Development of methods to identify the main trends of a number of dynamics

Shibalkin A.E., Professor, Department of Statistics and Econometrics, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Moscow, Russia

Fofanova A.I., Junior Developer, LLC «EveryTag», Moscow, Russia

Annotation. The article describes the method for identifying trends in the dynamic range, based on the correspondence of the levels of the tendency to change in determining the development of factors. The authors considered possible combinations of the nature of the dynamics of the determining factors and their effectiveness and, depending on this, various modifications of the equations. The presented method is

implemented on the data on the yield of grain crops for 12 years, taking into account the dynamics of the application of mineral fertilizers per 1 ha of arable land and the cost of fixed assets of crop production per 1 ha of agricultural land.

Keywords: trend, a number of dynamics, the equation of the trend, the forecast, the trend determining factors.

Выявление основной тенденции в изменении уровней ряда является одной из главных задач изучения динамических рядов. В связи с этим, при определении уровней, отражающих тенденцию, на основе метода наименьших квадратов большой практический интерес вызывает обоснование функции (уравнения), отражающей тенденцию.

В практике экономических исследований распространен следующий подход в решении этого вопроса: подбирают несколько уравнений, определяют их параметры и затем отдают предпочтение тому, для которого $\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2$ наименьшая. При этом уровни, отражающие тенденцию, рассматриваются как функция времени $f(t)$. При этом предполагается, что порядковый номер периода комплексно отражает уровни (размеры) определяющих тенденцию факторов. Вследствие этого, уравнение тенденции характеризует связь изучаемого признака с комплексом факторов. Однако предположение о том, что порядковый номер периода (даты) отражает уровни определяющих тенденцию факторов, в определенной мере условно, и практически нет такого динамического ряда, чтобы совпадение было полным¹.

Следовательно, чисто формальный подход к выбору функции, отражающей тенденцию, представляется весьма спорным. Он, во-первых, игнорирует требование соответствия тенденции изменению определяющих ее причин. Во-вторых, увеличивая число параметров уравнения для динамического ряда, состоящего из n уровней до $n - 1$, можно получить $\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2 = 0$. Однако такое уравнение будет описывать отдельные уровни, тенденция при этом

¹ Уколова, А.В., Шайкина, Е.В. Практикум по эконометрике Учеб. пособие / А.В. Уколова, Е.В. Шайкина. – М.: МСХА, 2011. – 105 с.

остается непроявленной². Кроме того, при росте в уравнении числа параметров значительно затрудняется интерпретация полученных результатов.

При выборе уравнения тенденции критерием должно являться соответствие уровней тенденции изменению определяющих тенденцию факторов.

Уровни определяющих тенденцию причин в динамике могут возрастать с примерно равным, с возрастающим или убывающим приростом, могут снижаться примерно на постоянную величину, снижаться ускоренно или наоборот замедленно³. Кроме того, в динамике эффективность определяющих факторов может также изменяться: прирост результативного признака на единицу определяющих факторов может оставаться неизменным, возрастать или уменьшаться. Возможные сочетания характера динамики определяющих факторов и их эффективности представлены в таблице 1.

Таблица 1

Возможные сочетания характера динамики определяющих факторов и их эффективности

Эффективность определяющих факторов (прирост результативного показателя на единицу факторного)	Характер динамики определяющих факторов
Постоянная	Фактор возрастает на постоянную величину (1)
	Фактор убывает на постоянную величину (2)
	Фактор возрастает ускоренно (3)
	Фактор возрастает замедленно (4)
	Фактор ускоренно снижается (5)
	Фактор замедленно снижается (6)
Возрастающая	Фактор растет на постоянную величину (7)
	Фактор убывает на постоянную величину (8)
	Фактор растет ускоренно (9)
	Фактор растет замедленно (10)
	Фактор ускоренно снижается (11)
	Фактор замедленно снижается (12)
Убывающая	Фактор растет на постоянную величину (13)
	Фактор убывает на постоянную величину (14)
	Фактор растет ускоренно (15)
	Фактор растет замедленно (16)
	Фактор ускоренно снижается (17)
	Фактор замедленно снижается (18)

² Зинченко А.П. Статистика: учебник / А.П. Зинченко – М.: Издательство РГАУ МСХА имени К.А. Тимирязева, 2013. – 368с.

³ Статистический анализ динамики количества и химического состава атмосферных осадков / А.Е. Харитонова, А.Ф. Шаров // Никоновские чтения. – 2012. – № 17. – С. 323-325.

Каждому из этих возможных сочетаний соответствует определенное уравнение. Поскольку индекс периодов отражает в целом уровень определяющих факторов, для характеристики различных тенденций изменения определяющих факторов необходима его модификация. Также необходимо учесть возможные изменения в эффективности определяющих факторов⁴.

Рассмотрим возможные подходы при построении уравнений в каждом конкретном случае.

Варианты 1-2: эффективность определяющих факторов постоянна, уровень их возрастает (убывает) на постоянную величину. В данном случае целесообразно использовать уравнение прямой линии: $\tilde{y}_i = a_0 + a_1 t_i$;

Вариант 3: эффективность определяющих факторов постоянна, уровень факторов растет ускоренно. В данном случае необходима модификация индекса периода. Для отражения ускоренного развития факторов модифицированный индекс периода может выглядеть так: $z_i = t_i^k$, где z_i – модифицированный индекс периода, t_i – исходный индекс периода, $k > 0$. Отсюда уравнение тенденции, отражающей условия третьего случая, следующее: $\tilde{y}_i = a_0 + a_1 t_i^k$. И так далее.

Аналогичным образом подбираются уравнения для всех остальных вариантов. Любое из уравнений с модифицированным индексом может быть выражено в линейной форме, благодаря чему значительно облегчается интерпретация параметров уравнения. В таблице 2 представлены преобразованные уравнения для основных возможных сочетаний характера динамики, определяющих тенденцию факторов и их эффективности.

⁴ Проблемы экономической и сельскохозяйственной статистики. Коллективная монография / А.П. Зинченко, В.М. Баутин, А.Д. Думнов и др. Иркутск, 2017. – 161 с.

Таблица 2

Уравнения тенденции при различных сочетаниях характера динамики определяющих факторов и их эффективности

№ п/п	Исходное уравнение	Модификация индекса	Преобразованное уравнение
3	$\tilde{y}_i = a_0 + a_1 t_i^k$	$z_i = t_i^k$	$\tilde{y}_i = a_0 + a_1 z_i$
8	$\tilde{y}_i = a_0 a_1^{(t_n - t_i)}$	$z_i = t_i^k$	$\lg \tilde{y}_i = \lg a_0 + z_i \lg a_1$
10	$\tilde{y}_i = a_0 \cdot a_1^{\lg t_i}$	$z_i = \lg t_i$	$\lg \tilde{y}_i = \lg a_0 + z_i \lg a_1$
16	$\tilde{y}_i = a_0 a_1^{-\lg t_i}$	$z_i = -\lg t_i$	$\lg \tilde{y}_i = \lg a_0 + z_i \lg a_1$

Рассмотрим порядок определения формы уравнения и его параметров на примере.

Динамика урожайности зерновых культур сельскохозяйственной организации характеризуется данными, приведенными в таблице 3.

Таблица 3

Динамика урожайности зерновых культур, уровня внесения удобрений и обеспеченности основными средствами растениеводства

Годы	Урожайность зерновых культур, ц/га	В среднем по четырехлетним периодам		
		Урожайность зерновых культур, ц/га	Внесено минеральных удобрений на 1 га пашни, ц д. в.	Стоимость основных средств растениеводства на 1 га сельскохозяйственных угодий, тыс. руб.
1	11,4	14,6	0,40	7,6
2	15,8			
3	14,4			
4	16,7			
5	21,7	21,6	0,90	16,3
6	20,2			
7	18,5			
8	25,8			
9	21,9	22,1	1,56	34,0
10	18,6			
11	25,9			
12	22,0			

Сопоставление четырехлетних средних уровней урожайности и определяющих ее факторов свидетельствует о том, что здесь имеет место

ускоренный рост факторов при уменьшении их эффективности⁵. Поэтому для отражения тенденции данного динамического ряда целесообразно использовать уравнение $\tilde{y}_i = a_0 a_1^{-t_i^k}$. Приросты факторов в последний период превышают соответствующие приросты в предыдущий период на 30-100%. Поэтому примем $k = \frac{3}{2}$. Тогда уравнение тенденции примет вид $\tilde{y}_i = a_0 a_1^{-t_i^{3/2}}$. Если считать $z_i = -t_i^{3/2}$, то логарифмируя исходное уравнение, получим $\lg \tilde{y}_i = \lg a_0 + z_i \lg a_1$. Неизвестные параметры a_0 и a_1 определим путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum \lg y_i = n \lg a_0 + \lg a_1 \sum z_i \\ \sum \lg y_i z_i = \lg a_0 \sum z_i + \lg a_1 \sum z_i^2 \end{cases}$$

В результате решения получим уравнение $\tilde{y}_i = 15,06 \cdot 0,987^{-t_i^{3/2}}$ (рис.1). Коэффициент детерминации полученного уравнения регрессии составил 49,7%⁶. Коэффициент аппроксимации составил 12,5%. Прогнозное значение урожайности зерновых культур на 13 год по прогнозу составит 27,8 ц/га.

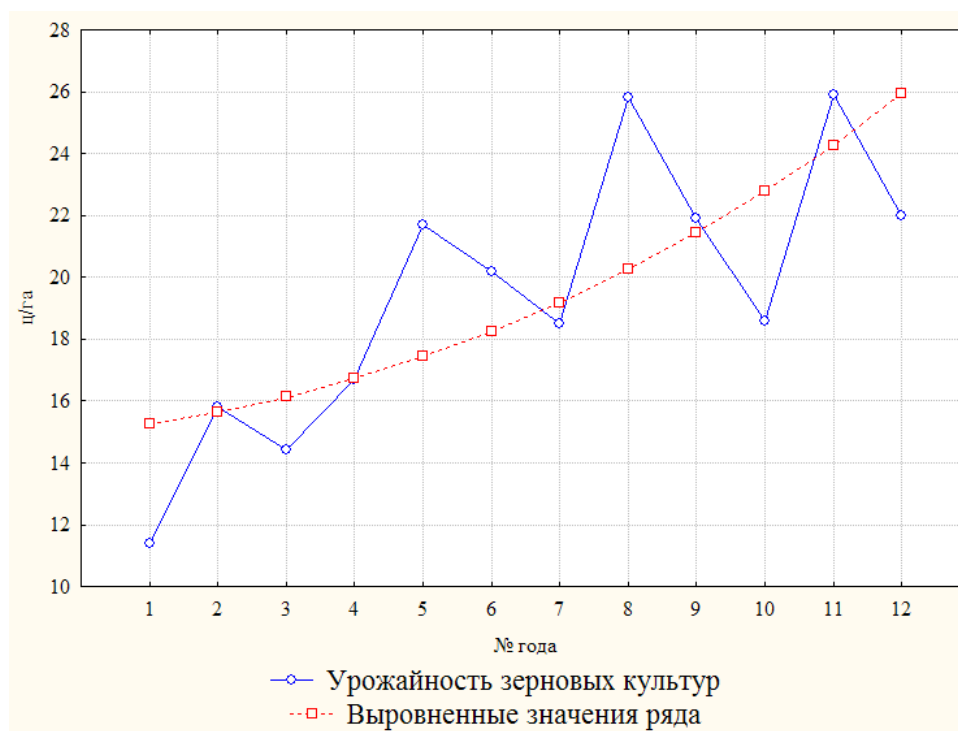


Рис. 1 – Результаты выравнивания урожайности зерновых культур

⁵ Практикум по статистике: учебное пособие / А.П. Зинченко, О.Б. Тарасова, А.В. Уколова – М.: Издательство РГАУ МСХА имени К.А. Тимирязева, 2013. – 368 с.

⁶ Харитонов, А.Е. Статистический анализ и прогнозирование с использованием пакетов прикладных статистических программ: практикум А.Е. Харитонов – М.: Издательство РГАУ МСХА имени К.А. Тимирязева, 2015. – 155 с.

При использовании простого аналитического выравнивания прогнозное значение урожайности зерновых культур составит 25,6 ц/га. Коэффициент аппроксимации составил 11,3%.

В целом следует сделать вывод, что данный подход к прогнозированию отражает экономическое содержание показателей и может давать более точные и обоснованные прогнозы, чем простое аналитическое выравнивание.

Библиографический список

1. Greene, William H. *Econometric analysis*/ William H. Greene. – 6th ed. Upper Saddle River, New Jersey, 2009. – 1178 p.
2. Зинченко А.П. *Статистика: учебник* / А.П. Зинченко – М.: Издательство РГАУ МСХА имени К.А. Тимирязева, 2013. – 368с.
3. *Практикум по статистике: учебное пособие* / А.П. Зинченко, О.Б. Тарасова, А.В. Уколова– М.: Издательство РГАУ МСХА имени К.А. Тимирязева, 2013. – 368 с.
4. *Проблемы экономической и сельскохозяйственной статистики. Коллективная монография* / А.П. Зинченко, В.М. Баутин, А.Д. Думнов и др. Иркутск, 2017. – 161 с.
5. *Статистический анализ динамики количества и химического состава атмосферных осадков* / А.Е. Харитонова, А.Ф. Шаров // Никоновские чтения. – 2012. – № 17. – С. 323-325.
6. Уколова, А.В., Шайкина, Е.В. *Практикум по эконометрике Учеб. пособие* / А.В. Уколова, Е.В. Шайкина. – М.: МСХА, 2011. – 105 с.
7. Харитонова, А.Е. *Статистический анализ и прогнозирование с использованием пакетов прикладных статистических программ: практикум* А.Е. Харитонова – М.: Издательство РГАУ МСХА имени К.А. Тимирязева, 2015. – 155 с.

References

1. Greene, William H. *Econometric analysis/* William H. Greene. – 6th ed. Upper Saddle River, New Jersey, 2009. – 1178 p.
2. Zinchenko, A.P. *Statistics: textbook /* A.P. Zinchenko. – M.: Publishing House of the Russian State Agrarian University - Moscow State Agricultural Academy named after K.A. Timiryazeva, 2013. – 368 p.
3. *Workshop on Statistics: training manual /* A.P. Zinchenko, O.B. Tarasova and A.V. Ukolova. – M.: Publishing House of the Russian State Agrarian University of Moscow State Agricultural Academy named after K.A. Timiryazev, 2013. – 368 p.
4. *Problems of economic and agricultural statistics. Collective monograph /* A.P. Zinchenko, V.M. Bautin and A.D. Dumnov et al. – Irkutsk, 2017. – 161 p.
5. *Statistical analysis of the dynamics of the amount and chemical composition of precipitation /* A.E. Kharitonova, A.F. Sharov // *Nikonovskie chteniya.* – 2012. – № 17. – P. 323-325.
6. Ukolova, A.V., Shaykina, E.V. *Workshop on Econometrics Training manual /* A.V. Ukolova, E.V. Shaykina. – Moscow: MSAA, 2011. – 105 p.
7. Kharitonova, A.E. *Statistical analysis and forecasting using applied statistical software packages: workshop /* A.E. Kharitonova – M.: Publishing House of the Russian State Agrarian University of Moscow State Agricultural Academy named after KA Timiryazev, 2015. – 155 p.